

Дослідження ПОТОКОВИХ мереж

Актуальність роботи:

- використання мережеві потоки для вирішення NP повних або ж оптимізаційних задач
- широкий спектр задач практичного застосування методів відшукування оптимальних потоків на мережах, які є складовими курсів математичних методів дослідження операцій та методів оптимізації
- на стадії вивчення є проблема критичного навантаження мережевих компонентів

Мета роботи

дослідити потокові мережі, зокрема розв'язання різних задач на потоки та привести їх до практичного застосування.

Завдання:

- проаналізувати існуючі алгоритми на потоках
- дослідити практичні задачі, що потребують використання потоків і показати їх можливі рішення

У роботі використано методи теорії графів, теорії мереж та теорії оптимізації. Для практичної реалізації розроблених алгоритмів було використано C++.

Об'єктом дослідження:
є потокові мережі

Предметом дослідження:
є методи знаходження оптимальних
рішень на основі моделей поток

Умова

Нехай є певна мережа супермаркетів і власнику потрібно закупити продукти і доставити їх до супермаркетів максимізуючи прибуток.

Дано:

- для кожного супермаркету мінімальну та максимальну кількість товару певного типу;
- прибуток за одну одиницю товару;
- мінімальну та максимальну загальну кількість товару для кожного супермакету.

Знайти розподіл товару, що максимізує прибуток

Математична модель

Є n магазинів для кожного магазину відомо про 3 параметри:

- $r_{i,j}$ – прибуток від товару типу i в магазині j
- $\min_{i,j}$ – мінімальна кількість товару типу i в магазині j
- $\max_{i,j}$ – максимальна кількість товару типу i в магазині j

А також відомо, що кількість товару типу i є c_i , а загальна Максимальна і мінімальна вмістимість товару в магазині j є tot_max_j і tot_min_j відповідно.

Знайти розподіл товару по магазинах таким чином щоб максимізувати прибуток.

Побудова Мережі

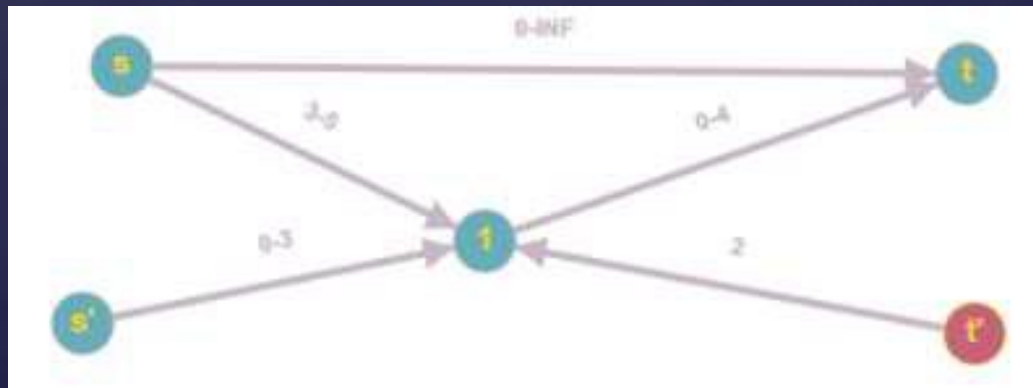
- Від вершини стоку s додамо ребра до вершин що позначають товари пропускною здатністю що дорівнює їхній кількості.
- Від вершин ,що позначають товари до вершин,що позначають супермаркети додамо ребра ціною яких є прибуток товару і в магазині j а також обмеження на розмір потоку
- Від вершин,що позначають магазини до вершини стоку t додамо ребро пропускною здатністю що задовольняє обмеження на розмір потоку та ціною 0 .

Зрозуміло, що якщо не було б обмежень на пропускну здатність ребер в графі то задача звелася б до задачі $\max \text{ cost flow}$,адже ми могли б замінити ціни ребер на від'ємні.

Покажемо як для цього змінити нашу мережу.

Розв'язок

- Нехай L_i - мінімальна пропускна здатність, а R_i – максимальна.
- Додамо дві вершини s' і t'
- Розглянемо усі ребра, в яких L_i відмінне від нуля.
- Нехай i – номер такого ребра
- Нехай кінці цього ребра (орієнтованого) - це вершини A_i і B_i . Додамо ребро (S', B_i) , у якого $L = 0$, $R = L_i$, додамо ребро (A_i, T') , у якого $L = 0$, $R = L_i$, а у самого i -го ребра між іншим $R_i = R_i - L_i$, а $L_i = 0$.



- В кінці, додамо в граф ребро з T в S (старих стоку і витоку), у якого $L = 0$, $R = \infty$.
- Після виконання цих перетворень все ребра графа матимуть $L_i = 0$, тобто ми звели цю задачу до стандартної задачі $\min \text{cost flow}$. Її можна вирішити, наприклад, за допомогою модифікованого алгоритму збільшуваних потоків.
- Отже, задача звелася до тривіальної.

Умова

Нехай сталась екстрена ситуація і потрібно перекрити дороги таким чином, що б від місця А до В не можна було добратися по дорогах.

Знайти такий спосіб перекриття, щоб кількість перекриттів була мінімальною

Розв'язок

- Нехай міста - це вершини в графі, а дороги - це ребра, тоді в такому графі поставимо пропускні здатності кожного ребра рівні 1.
- Знайдемо максимальний потік, наприклад, за допомогою алгоритму Дініца, адже за теоремою Форда Фалкерсона максимальний потік рівний мінімальному розрізу.
- А за допомогою методу Штора-Венгера відновимо мінімальний розріз.

Висновки

В результаті роботи було:

- розглянуто проблеми розмірності та адекватності моделей мережевих систем;
- показано, як характеристики потоку системи дозволяють нам виявляти та виключати фіктивні вузли та посилання з її структури та визначати приховані елементи системи;
- розглянуто проблему ізольованих зон мережевих систем;
- запропоновано алгоритм пошуку альтернативних шляхів для потоків з метою обходу недоступних компонентів мережі;
- досліджено широкий спектр задач різного типу, що потребують для розв'язання використання потоків.

Для кожної задачі наведено практичне застосування в реальному світі.

Також було розглянуто деякі маловідомі “трюки” на потоках, що дозволяють розв'язати ще складніші задачі.

Дякую за Увагу!